

מבחן בקורס מכינה למתמטיקה לקראת שנת תשע"ג

מרצה: ארז שיינר. תאריך: 06/09/12

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה =>

1. נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 1 \\ x-2 & 0 < x \leq 1 \\ |x| & x \leq 0 \end{cases}$$

מצא לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $|f(x)+1| > 3x+5$

2.

א. מצא את כל הפתרונות למשוואה $z^5 = 1$

ב. הוכח כי למשוואה $\bar{z}z + 1 = 0$ אין פתרון

3.

א. מצא שני וקטורים המאונכים זה לזה, וגם מאונכים לוקטור $(1,1,1)$

ב. מצא את המישור העובר בראשית הצירים אשר האנך שלו בכיוון $(1,0,2)$

4. הוכח כי לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 < \frac{(n+1)^3}{3}$

5. פתור את האינטגרל $\int \sin(\ln(t)) dt$ (רמז: הצבה $x = \ln(t)$)

6. הגדרה: פונקציה f נקראת על אם היא מקיימת את התנאי $\forall y \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} : f(x) = y$

א. נסח תנאי השקול לכך ש f אינה על

ב. קבע והוכח אילו מהפונקציות הבאות על ואילו אינן על:

$$h(x) = x^2 + x, \quad g(x) = 2x + 3, \quad f(x) = x^2$$

7. הוכח כי לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $C \setminus (A \setminus B) = (C \setminus A) \cup (C \cap B)$