

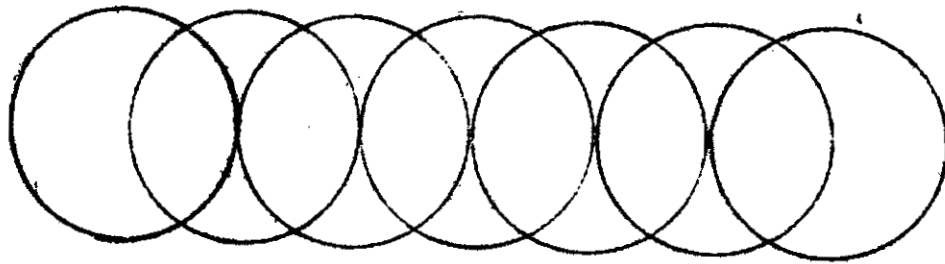
אוגיברסיטת בר-אילן המחלקה למתמטיקה ולמדעי המחשב.

בחינת כניסה למדעי המחשב - מחשבה מתמטית - מועד א', כ"ח באדר תש"ס.
משך הבחינה: 2:1/2 ש:ענה על כל השאלות, לאו דוקא לפי הסדר. מותר להשתמש במכונת חישוב כיס, אבל אין להעביר אלא באמצעות משגיחה.
אם אינך יודע לענות על חלק מהשאלות, אל תתיאש. באולם זה נמצאים אנשים היודעים עוד פחות ממך.

הקדמה: השאלות קשורות לעונה: פוריס, פרשת ויקהל-פקודי, חודש ניסן, פסח. אתמול קראנו בתורה את המפטיר המיוחד של פרשת החודש: " החדש הזה לכם ראש חדשים". אומרת הגמרא: "כזה ראח וקדש" (מסכת ראש השנה, דף כ"). ניתן לאמר כי סיסמה מתאימה למדעי המחשב היא: "כזה ראח וקדש" הסיסמה מתאימה גם כן לשאלות, בזה שאתה מתבקש ליישם מה שלמדת במסגרות חדשות.

השאלות:

1. במסכן חיתה מנורה בעלת שבעה קנים שפעלה על שמן זית (אזי אין תלות בהספקת חשמל סדירה...). נניח כי המרחק בין נר לנר היה מטר, וכי האזור בו יש תאורה חזקה נמצא במרחק של מטר או פחות משני נרות גם יחד. מהו השטח של החתך של אזור זה בהתאם לציור?



2. המלך אחשורוש הזמין את מושלי שבע עשרים ומאה המדינה במלכותו למשתה מיוחד. באמצע חצר המלך עמד סיר של מרק מיוחד ועל יד הסיר הושיבו מושל אחד. בסריס מחזמן נתן לו מנת מרק. יתר המושלים ישבו בששה מעגלים והסיר עמד במרכז כל מעגל. סריס אחד היה טמונה על כל מעגל לפי הטבלה הבאה:

מספר המעגל	הסריס המביש	מרחק המעגל מהסיר	מספר הידושבים במעגל	מעלות קרור בהגשת המרק
1	בזתא	10	6	3
2	חרבונה	20	12	4
3	בגתא	30	18	5
4	אבגתא	40	24	6
5	זתר	50	30	7
6	כרכס	60	36	7*

סה"כ 126

* בגלל המרחק קיבל כרכס מכסה מיוחד לקערה שחאיט במקצת את קצב הקרור. מוס המרק שמחזמן מגיש 50 צלזיוס - כמו חום המרק בסיר עצמו. מה היה חום המוצע של 127 קערות המרק שהגיעו למושלים?

3. "בניין גבאל" בניסן עתידו ליגאל" (מסכת ראש השנה דף ד"א). כשיצא לצבא את בית המקדש השלישי יתקיים טכס חנוכה הבית. יעמידו ארבע מנורות ענקיות על גג הבית, מנורת אהת בכל כידון. בלילה הראשון ידליקו נר אחד בכל מנורה, בלילה השני שני נרות בכל מנורה וכו'. הנרות נדלקים כולם מנר אחד גדול במיוחד העומד באמצע הגג ונשאר דלוק במשך כל תקופת חנוכה הבית. היחשון חר-הכל ב- ת"ת נרת (תרל"ג = 613) כמה ימים תשרי ירוכת הבית?

4. משה קיבל בקבוק מלא יין משובח כשי לקראת חג הפסח. בבקבוק שמונה כוסות יין ומשה רוצה למסור את היצוי (ארבע כוסות) לאביו העורך סדר במקום אחר.

אביו בא עם בקבוק ריק. בקבוק זה משמש את עורך הסדר במשפחה זה מאות בסניס. הוא בעל קבולת של חמש כוסות (ארבע כוסות וגם כוס של אליהו).

משה טרם העלה את הכוסות של פסח מהמרתף ולכן אינו יכול למדוד כוסות בודדות של יין. אולם, עומד לרשותו בקבוק של שבת וחבר הספיק להכשיר פסח (בשביל שבת חול המועד ואחרון של פסח), בעל קבולת של שלוש כוסות (בשביל פעמיים קידוש וגם חבדלה).

כל פעם משה סופך יין מבקבוק לבקבוק עד שהבקבוק המקבץ מתמלא (ולא פחות) או עד שהבקבוק המוסר מתרוקן לגמרי. יש לתאר את השליכות של ושה כדי שיגמור במספר הקטן ביותר של שפיכות.

הערה: עצם השאלה מיפיעה בספר לימוד של חשבון ז"ל כהה. ניתן לנסות כל מיני אפשרויות בחי וט אחר פתרון, אבל דרך כזו לא תבטיח שתן פתרון שדורש פחות שפיכות. לכן מציעים דרך שיטתית המתאימה לכדעי המחשב

נתאר את המצב באמצעות שלשה של מספרים, המתארים את מספר הכוסות בכל אחד משלושת הבקבוקים.

המצב ההתחלתי הינו: $(8, 0, 0)$. הסבר: הספרה 8 מייצגת פרושה שבבקבוק בלל; קבולת של 8 כוסות איך יש 8 כוסות של יין.

הספרה 0 באמצע פרושה, שבבקבוק בעל קבולת של 5 כוסות יש כרגע אפס כוסות (ז"א הוא ריק). הספרה אפס משמאל פרושה שבבקבוק בעל קבולת של שתי כוסות יש כרגע אפס כוסות (ז"א הוא ריק).

ממצב ההתחלתי זה ניתן להגיע למצבים הבאים (בנפרד):

$(3, 0, 5)$ שפרושו: 5 כוסות יין בבקבוק של 8 כוסות, הו בקבוק בעל קבולת של 5 כוסות ריק, ושלוש כוסות בבקבוק בעל קבולת של 3 כוסות.
 $(0, 5, 3)$ כאפשרות שניה שניתן להגיע אליה מהמצב ההתחלתי $(8, 0, 0)$.

בצורת טבלה:

בקבוק בעל קבולת של 8 כוסות	בקבוק בעל קבולת של 5 כוסות	בקבוק בעל קבולת של 3 כוסות
8	0	0
5	0	0
3	5	0
0	5	3
5	3	0

מהמצב $(3, 0, 5)$ ניתן כמובן לחזור למצב ההתחלתי $(8, 0, 0)$, אך אפשרות זו אינה מעניינה. מצבים חדשים שניתן לבנות מהו $(3, 0, 5)$ הם: $(3, 5, 0)$ ו $(0, 3, 5)$, מצבים אלה כבר הופגסו בטבלה לעיל.

טפל גם במצב השני, $(0, 5, 3)$. והראה איך שבסופו של הדבר ניתן להגיע למצב המבוקש $(0, 4, 4)$. המשך לבנות את הטבלה והקפד על ציור היצויים ממצב מסוים למצבים החדשים הנובעים ממנו.

בסוף, בעזרת החיצים, כתוב את אותן פעולות בלבד המביאות לפתרון הנדרש.