

אוניברסיטת בר-אילן
המחלקה למתמטיקה ומדעי המחשב

28.3.86

ב"ה, יז' באדר ב' תשמ"ו

מבחן בחשיבה מתמטית

הוראות לנבחן:

מצ"ב דף נוסחאות

משך המבחן: שלוש שעות

ענה על כל השאלות.

חובה לצרף הסברייך ברורים ומספקים לכל תשובה, ניתן להשתמש במחשב כיס.

וכן יש לכתוב בכתב יד ברור.

1. שתי ארובות: האחת גובהה 20 מטר והשניה 15 מטר מרוחקות 25 מטר זו מזו. בראש כל ארובה ישבה יונה צחורה. שתי היונים זנקו יחדיו הישר אל עבר הגרעין שנמצא על שביל ישר ואופקי המחבר את בסיסי שתי הארובות. מהירויותיהן השתנו מרגע לרגע, אך בכל רגע היתה מהירות האחת זהה למהירות השניה. לאחר 7 שניות הגיעו שתיהן יחדיו אל הגרעין. מה מרחק הגרעין מבסיס הארובה הגבוהה?

2. ביערות ברזיל נתגלה שבט המורכב משלוש משפחות:

שחורים - האומרים תמיד אמת.

ירוקים - האומרים תמיד שקר.

שקופים - שהאמירה הראשונה בחייהם היא אמת, ומכאן והלאה הם אומרים אמת ושקר לסירוגין. (לאחר שאמרו אמת הם אומרים שקר ולאחר שאמרו שקר הם אומרים אמת). במסגרת תכנית המפגשים של משרד החנוך השבטי, שוכנו ילדי השבט באוהלים. בכל אוהל שלושה ילדים: שחור, ירוק ושקוף.

שר החינוך ביקר באוהל כזה וניהל את השיחה הבאה עם אחד הילדים.

השר: האם אתה שחור, ירוק או שקוף?

הילד: שקוף.

השר: ולאיזה משפחה שייך חברך שמימין?

הילד: לירוקים.

השר: אם כך חברך שמשמאל הוא שחור.

הילד: כן.

בהנחה שהילדים טרם למדו זה מדרכו של זה, קבע לאיזה משפחה שייך החבר שמשמאל.

ישיבת
בר-אילן
מחלקת
מתמטיקה
(4)

3. מרובע ניר משובץ יצרו גליל שהקפו שוה, כמובן, לגבהו. אם נניח כי הרבוע המקורי היה בגודל 2×2 אזי על פני הגליל יהיו 6 רבועים: 4 רבועים בגודל 1×1 , ועוד שני רבועים בגודל 2×2 (הרבוע המקורי, שעכשיו צלעו הימנית מתלכדת עם צלעו השמאלית, ורבוע דומה שצלעותיו הימנית והשמאלית הן קו האמצע האנכי של הרבוע המקורי). וכמובן שאין רבועים מגודל אחר.
- א. כמה רבועים מצויקים על גליל שנוצר מניר משובץ 3×3 ?
- ב. " " " " " " " " " " 4×4 ?
- ג. כתוב נוסחה פשוטה ככל האפשר הנותנת את מספר הרבועים המצויקים על גליל שנוצר מניר משובץ שגודלו $N \times N$.
- (אם אינך מסוגל לכתוב נוסחה כתוב תאור פשוט וברור למציאת מספר זה).
- ד. מצא על פי הנוסחה, או התאור, שבסעיף הקודם את מספר הרבועים כאשר $N = 10$.
4. בגבעת ושינגטון נטעו שורה של 17 עצי דקל ושינגטוני. צבי, רץ המרתון הידוע, רץ הלוך וחזור לאורך שורת העצים. בריצתו הוא סופר כל מעבר ליד עץ. כך יוצא שליד עץ מספר 1, הוא סופר... 33, 1
- א. ליד איזה עץ הוא סופר: 5280 ?
- ב. מה, בקרוב, אורך שורת העצים, אם נניח שכאשר צבי ספר 5280 הוא סיים ריצת מרטון: 42.195 ק"מ.
5. שני שעונים עתיקים כווננו לשעה 12^{00} .
- האחד ממהר בכל שעה ב- 10 שניות.
- השני מפגר בכל שעה ב- 10 שניות.
- א. בעוד כמה זמן יהיה ההפרש בין הזמנים שמראים שני השעונים חצי שעה ?
- ב. בעוד כמה זמן תחזור התופעה המתוארת בסעיף א' פעם שניה ?